

新竹市 113 學年度國中數學能力競賽

數學百分王【題本】

請不要翻開次頁！

***請先讀完本頁說明，鐘響時才可以開始作答！**

***請先確定您的答案卡與桌面上的貼紙考試編號是否一致無誤。**

※測驗作答說明：

測驗說明：

- 1、此份題本為國中數學能力競賽數學百分王題本，總計 25 題，雙面列印，共 8 頁，測驗時間為 11:00 到 11:30，共 30 分鐘。
- 2、根據各題題意，由四個選項中，選出正確者。
- 3、請用 2B 鉛筆將答案劃入【答案卡】每題 4 分，答錯倒扣 1 分至 0 分為止，滿分 100 分。

注意事項：

- 1、(1)競賽鈴聲響時開始作答，**未響前不准動筆，並不得翻閱試題卷**；
鈴聲結束時，請停止作答，繼續作答者，該項成績以 0 分計算。
(2)測驗時請將個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具關閉，並放置於個人手提袋內，不可拿出來使用。
(3)使用 2B 填答；考生可攜帶三角板、直尺、圓規，但不得攜帶量角器或附量角器功能之文具。
(4)測驗競賽完畢，考生不可帶走題目卷。
- 2、如有下述違規事件，經監考人員填寫於試場違規紀錄表，並經考生簽名確認後，該項成績扣 10 分計算，累計扣分至該項比賽 0 分為限：
 - a. 測驗期間個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具聲響。
 - b. 競賽期間口語交談或言行有異。
 - c. 使用計算機、其他輔助工具或翻閱任何書籍。
 - d. 競賽開始鈴響前動筆，或翻閱試題卷、答案卷。
 - e. 其他由監考人員認定之違規舉動。以下情節者，以 0 分計算：
 - a. 鈴聲結束停止作答後，繼續作答者，該項成績以 0 分計算。
 - b. 未使用黑筆填答，該張答案卷以 0 分計算。

新竹市113學年度國中數學能力競賽數學百分王【試題卷】

備註：1. 根據各題題意，由四個選項中，選出正確者。

2. 請用2B鉛筆將答案劃入【答案卡】每題4分，答錯倒扣1分，至0分為止，滿分100分。

3. 作答時間：30分鐘。

1. 若 $-1 < a < 0$ ， $0 < b < c < 1$ ，則下列四個選項，哪一個數的值最大？

- (A) $-\frac{1}{a}$
- (B) $-a$
- (C) $c - b$
- (D) $c + a$

2. 若 $(x - 2005)^2 + (2006 - x)^2 = 1$ ，求 $(2006 - x)(x - 2005) = ?$

- (A) 0
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D) 2

3. A為九位數正整數，其每個位數的數字均不相同，且九個數字的總和為B，則下列何者不可能出現？

- (A) A不為9的倍數，B不為3的倍數
- (B) A不為9的倍數，B為3的倍數
- (C) A為9的倍數，B不為3的倍數
- (D) A為9的倍數，B為3的倍數

4. 蘇蘇跟沛沛一起開始寫數字，蘇蘇從1寫到4後，接著遞減寫到1，然後再遞增寫到4，如此反覆在1跟4之間，沛沛則是從1寫到4後，回到1從頭開始寫，一直重複1到4，兩人寫法如下：

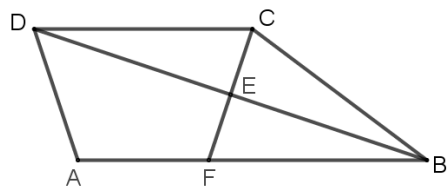
蘇蘇：1、2、3、4、3、2、1、2、3、...

沛沛：1、2、3、4、1、2、3、4、1、...

就兩人數列一一對齊，求兩人第24次寫下相同的數字（如上所示，前5次相同數字分別為1、2、3、4、2）是哪一個數字？

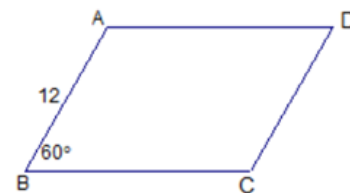
- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

5. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{DB}$ 垂直平分 $\overline{CF}$ ，若 $\triangle BCE$ 的面積為 5，則四邊形 $AFCD$ 的面積為多少？



- (A) 12
- (B) 16
- (C) 20
- (D) 24

6. 小恩拿了四根木條排成如右圖所示的平行四邊形 $ABCD$ ，小恩特地將 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 的夾角折成 60° ，已



知 $\overline{AB} = \overline{BC} = 12$ ，則小恩所排成的平行四邊形 $ABCD$ 面積為多少？

- (A) 52
- (B) 144
- (C) $36\sqrt{3}$
- (D) $72\sqrt{3}$

7. 謝老師喜歡玩寶可夢，這樣就可以多出門走動走動；某個假日謝老師又出門抓寶，家裡附近的道路恰好成棋盤狀，謝老師本來在直線 $y=3$ 及直線 $x=-4$ 交點的補給站抓寶，在手機上看到原點 $(0, 0)$ 有一個道館準備開戰，謝老師就沿著這兩點所成的直線前進趕往道館，則下列哪一個點也在這條直線上？

- (A) $(8, -6)$
- (B) $(12, 9)$
- (C) $(6, -8)$
- (D) $(9, 12)$

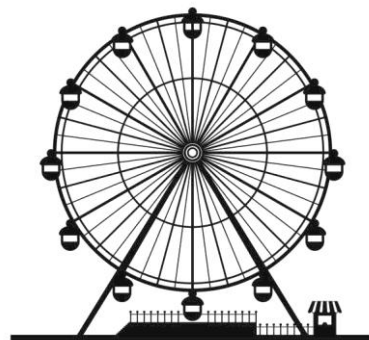
8. 新竹市舉辦運動會，運動會的聖火火炬在體育場(A)、東區區公所(B)、北區區公所(C)、香山區公所(D)、四個地方傳遞，各地方之間的距離如表所示。若以體育場(A)為起點，北區區公所(C)或香山區公所(D)為終點，每個地方都經過且只經過一次，則聖火火炬傳遞路線之最短距離為幾公里？

- (A)9
(B)11
(C)13
(D)14

	A	B	C	D
A	0	2	3	5
B	2	0	4	7
C	3	4	0	5
D	5	7	5	0
單位：公里				

9. 如圖，小哲與朋友一起搭乘摩天輪，已知摩天輪等速率運轉，順時針轉一圈需36分鐘，摩天輪的直徑為80公尺。若小哲在10：00的時候從摩天輪最低點進入車廂開始搭乘，則小哲所在車廂的高度在10：03 到 10：06 之間上升的高度恰為 10：00 到 10：03 之間上升高度的幾倍？

- (A)1
(B) $\sqrt{3}$
(C) $\frac{\sqrt{3+1}}{2}$
(D) $\sqrt{3+1}$



10. 一組尺規作圖工具包含了一把圓規、一支直尺與一支小鉛筆。已知一把圓規70元，一支直尺30元，一支小鉛筆10元，買4把圓規送1支直尺，買4支直尺送1支小鉛筆，若磊哥老師身上有2500元，則他最多可以買幾組尺規作圖工具？

- (A)22
(B)23
(C)24
(D)25

11. 若 a 、 b 、 c 均不為零，已知 $\frac{1}{a}$ 、 $\frac{1}{b}$ 、 $\frac{1}{c}$ 三數成等差， a 、 b 、 c 三數成等比，則下列敘述何者正確？

- (A) $b = \frac{a+c}{2}$
 (B) $a + c = 0$
 (C) $a > b$
 (D) $c > a$

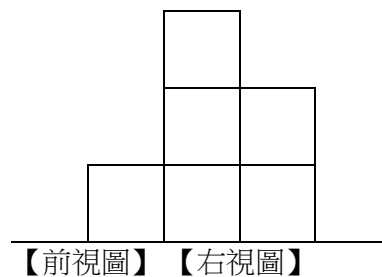
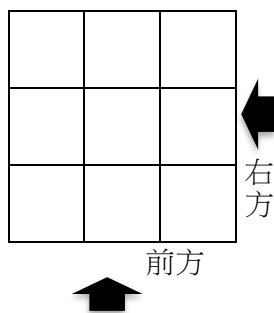
12. 求 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+100} = ?$

- (A) $\frac{200}{101}$
 (B) $\frac{199}{101}$
 (C) $\frac{100}{101}$
 (D) $\frac{201}{101}$

13. 若 $a = \frac{1}{\sqrt{2024}-\sqrt{2020}}$ 、 $b = \frac{1}{\sqrt{1012}-\sqrt{1010}}$ 、 $c = \frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}$ ，請比較 a 、 b 、 c 的大小？

- (A) $c > b > a$
 (B) $a > b > c$
 (C) $a = b = c$
 (D) $b > c > a$

14. 基德在桌面上 3×3 的方格中(如下圖左)堆疊方塊，已知其前視圖及右視圖看到的圖案都一樣(如下圖右)，若全部堆疊的方塊最多有 m 個，最少有 n 個，則 $m \times n = ?$



- (A) 84
 (B) 132
 (C) 144
 (D) 198

15 一元二次方程式 $x^2 + kx + 3k = 0$ ，其兩根為 m 、 n ，且 $m - n = 8$ ，求所有 k 的可能值的和？

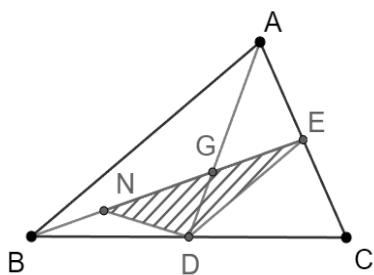
(A) 24

(B) -8

(C) 0

(D) 12

16 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， $\overline{BN} : \overline{NG} = 2 : 3$ ， $\triangle NDE$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積比為何？



(A) 11:15

(B) 11:30

(C) 11:60

(D) 11:90

17. 已知 $-1, 2$ 為一元二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的解， $1, -2$ 為一元二次方程式 $x^2 + mx + n = 0$ 的解；若多項式 $A = x^2 + ax + b$ ，多項式 $B = x^2 + mx + n$ ，則當 $A + B = 0$ 時的解為下列何者？

(A) ± 2

(B) $\pm \sqrt{2}$

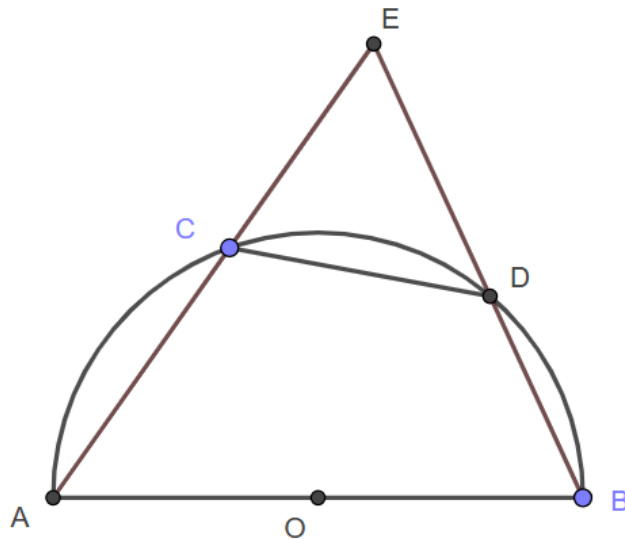
(C) 0 (重根)

(D) $-1, -2$

18. 將15顆球放入箱中，每顆球上都有一個編號，若每顆球被抽到的機會相等，且抽到5號的機率為 $\frac{1}{5}$ ，抽到3號及7號的機率都是 $\frac{2}{15}$ ；若將這15顆球拿出來根據編號由小排到大，可以看出最小的號碼為2號，最大的號碼為9號，且中位數為6，眾數為8，則下列敘述何者正確？

- (A) 抽到6的機率為 $\frac{2}{15}$
- (B) 抽到7的機率為 $\frac{1}{15}$
- (C) 抽到8的機率為 $\frac{4}{15}$
- (D) 抽到9的機率為 $\frac{2}{15}$

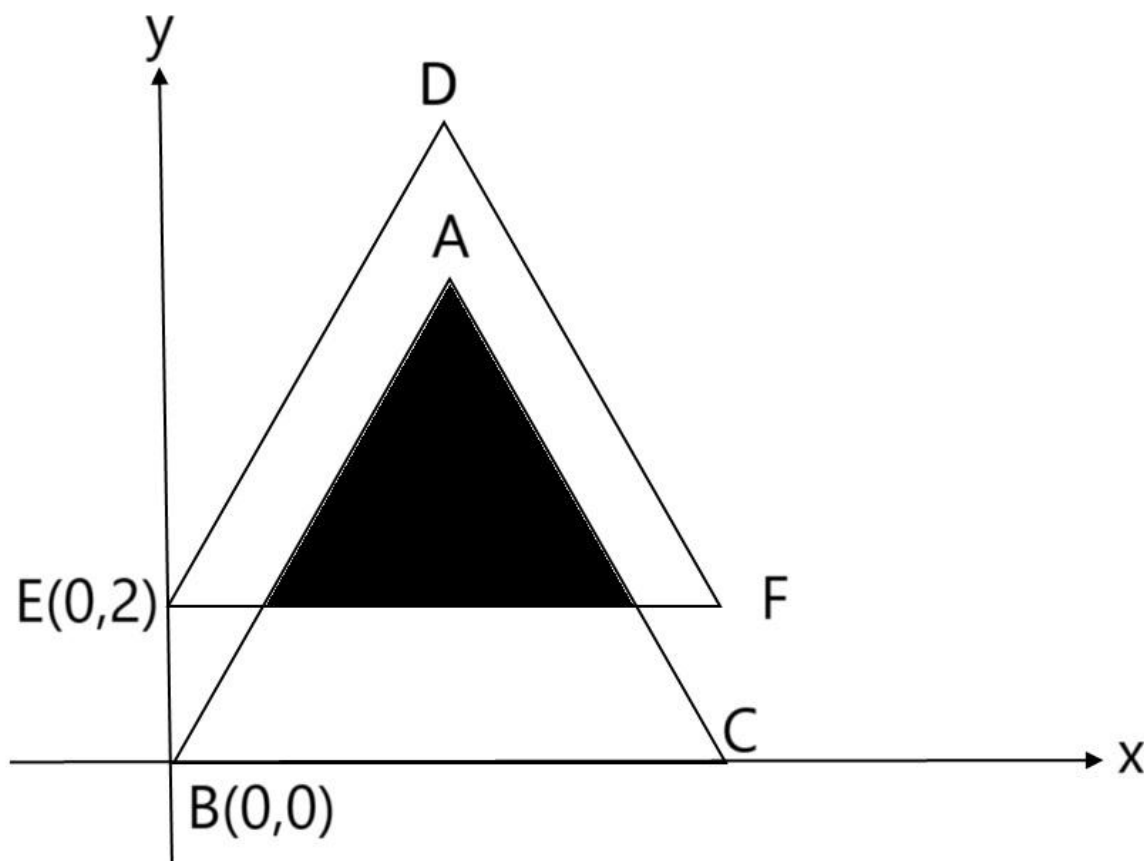
19. 如下圖， $\overline{AB}$ 為半圓 O 的直徑， C 、 D 皆在圓周上，延伸 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，已知 $\overline{CD} = \overline{AO} = 6$ ，則下列敘述何者正確？



- (A) $\triangle COD$ 面積為 $6\sqrt{3}$
- (B) $\triangle COD$ 不為正三角形
- (C) $\widehat{AC} + \widehat{BD} = 60^\circ$
- (D) $\angle E = 60^\circ$

20. 小蓁取一邊長為 $4\sqrt{3}$ 的正三角形，放在直角坐標平面上，如下圖所示 $\triangle ABC$ ，其中B點在原點 $(0,0)$ 上、 $\overline{BC}$ 疊放在x軸上。今將 $\triangle ABC$ 沿y軸正向平移至 $\triangle DEF$ ，如下圖所示，且 $E(0,2)$ 。試問前後交疊的面積為何，亦即下圖黑色面積為何？

- (A) $6\sqrt{3}$
 (B) $5\sqrt{3}$
 (C) $\frac{16}{3}\sqrt{3}$
 (D) $\frac{15}{2}\sqrt{3}$



21. 若 $p = 1 \times 2 + 1 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 + \dots + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 45$ ，已知 p 的個位數字為 a 、十位數字為 b ，則下列敘述何者正確？
- (A) a 、 b 均為質數
 (B) $a = b + 1$
 (C) $a + b = 9$
 (D) $a^2 + b^2 = 13$

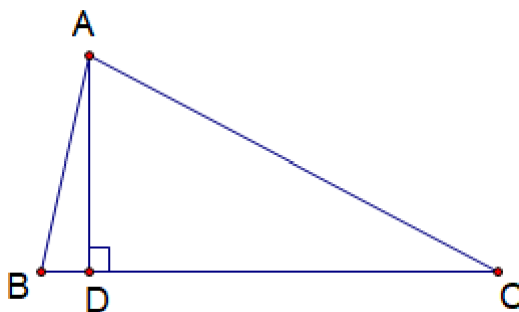
22. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 垂直 $\overline{BC}$ ，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\angle B = 3\angle C$ ，則 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 之比值為何？

(A) $\frac{1}{12}$

(B) $\frac{1}{9}$

(C) $\frac{1}{7}$

(D) $\frac{1}{6}$



23. 將 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9 重新排列組成一個可以被 11 整除的七位數，這個最大的七位數的十位數字是多少？

(A) 1

(B) 3

(C) 4

(D) 5

24. 有一個長方形的四邊長皆為 1 到 9 之間的正整數，如果把這個長方形的四個邊長組成一個 4 位數，這個 4 位數剛好是一個完全平方數，而且這個數字的千位數字和百位數字相同，請問這一個長方形的面積是多少？

(A) 24

(B) 28

(C) 30

(D) 42

25. 下列何者不是 $2^{72} - 1$ 的因數？

(A) 513

(B) 545

(C) 573

(D) 585